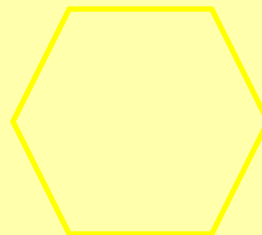
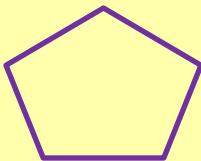


Geometria euclidea e non

I parte

Geometria

- La geometria è la scienza che studia la forma e la misura degli oggetti
 - Piani se ad una o due dimensioni
 - Solida se a tre dimensioni
 - Euclidea se soddisfa il quinto postulato di Euclide (slide 5)



Geometria euclidea

- La Geometria è stata studiata già dagli assiro-babilonesi e dagli egizi;
- In Grecia ha assunto il ruolo di una scienza sacerdotale grazie al filosofo Euclide
- Euclide ha contribuito alla formulazione ed esplicitazione dei ragionamenti che poi troveranno le loro applicazioni nella filosofia come studio sia della natura che del pensiero.

Definizioni

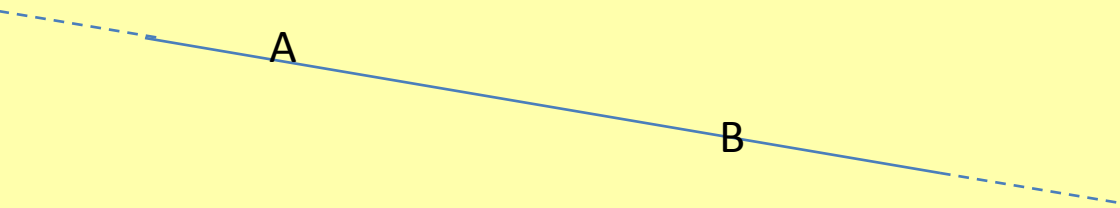
- **Assiomi o postulati** sono proposizioni assunte come vere. Devono verificare due condizioni:
 - Compatibilità -non devono contraddirsi l'uno con l'altro
 - Indipendenza – dalle proprietà dell'uno non si devono dedurre quelle degli altri
- **Enti primitivi** sono enti geometrici di partenza attraverso i quali vengono definiti nuovi enti
- **Teorema** proposizione vera dedotta con ragionamento, utilizzando gli enti primitivi, gli assiomi o altri teoremi dimostrati in precedenza. I teoremi si dividono in:
 - Ipotesi: premessa formata da pochi indizi geometrici
 - Tesi: congetture; insieme di nuove informazioni dedotte da quelle vecchie date dall'ipotesi
 - Dimostrazione: algoritmo che permette di partire dalle premesse delle ipotesi per giungere tramite teoremi o postulati, di giungere alla tesi

Postulati di Euclide:

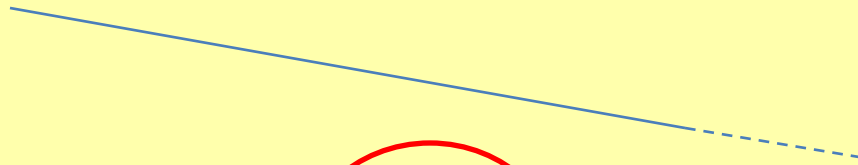
- Sono i postulati sui quali si basa la teoria euclidea:
 - Postulati dell'esistenza
 - Postulati dell'appartenenza
 - Postulati dell'uguaglianza
 - Postulati dell'ordine
 - Postulato delle parallele
- Ognuno di essi ha un enunciato e possono essere indicato anche come: I Postulato, II Postulato:
 - I Postulato: Per due punti passa una ed una sola retta
 - II Postulato: ogni retta può essere prolungata indefinitivamente
 - III Postulato: dato un centro ed un raggio esiste una ed una sola circonferenza
 - IV Postulato: tutti gli angoli retti sono uguali
 - V Postulato: se una retta forma con le altre due angoli la cui somma è minore di 180° , allora le due rette si incontreranno in un punto.

Grafici

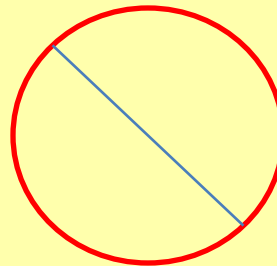
- I postulato



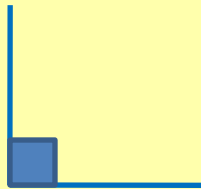
- II postulato



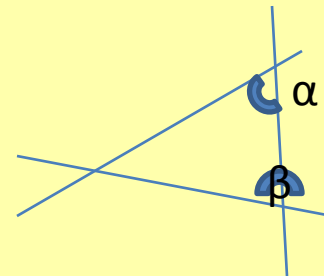
- III postulato



- IV postulato



- V postulato



$$\alpha + \beta < 180^\circ$$

Enti primitivi

- Elementi base della geometria ai quali non è possibile dare una definizione.
- Sono:
 - Punto
 - Retta
 - Piano
 - Spazio

Postulati dello spazio

- Per tre punti non allineati passa uno ed un solo piano
- Se due punti A e B appartengono al piano d , si avrà che la retta passante per A e B appartiene a d
- Postulato di partizione dello spazio: lo spazio divide l'intero piano d in due semispazi; se due punti A e B appartengono allo stesso semispazio, si avrà che il segmento AB non intersecherà il piano d .

Teoremi sui piani

- Se due piani X e Y hanno un punto P in comune, allora essi avranno tutte le rette passanti per P
- Teorema delle tre perpendicolari:
Data una retta r perpendicolare ad un piano c nel punto P e sia s perpendicolare ad un'altra retta t appartenente al piano c , si avrà che t è perpendicolare al piano perpendicolare al piano individuato da s e da r

Geometrie non euclidee

- Sono quelle che negano i postulati di Euclide
- Le principali geometrie non Euclidee sono:
 - Geometria ellittica
 - Geometria iperbolica e sferica

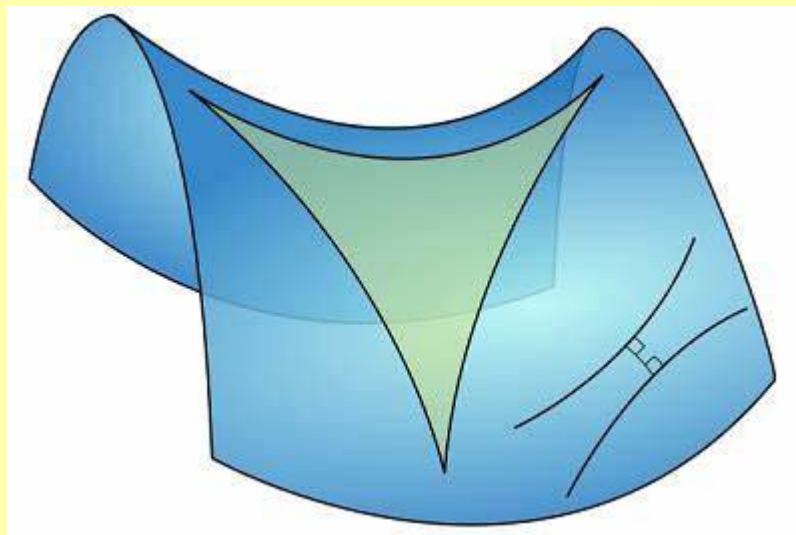


Geometria iperbolica:

detta anche geometria di Bolyai-Lobachevskij;

Nello spazio iperbolico, le rette parallele divergono e la somma degli angoli interni di un qualsiasi triangolo è inferiore a 180° .

Tale geometria è stata studiata inizialmente da Saccheri nel XVIII secolo ma ripresa successivamente da Bolay, Gauss e infine da Lobacheskij



Geometria Ellittica e sferica:

nello spazio iperbolico le rette convergono sempre.

La geometria sferica è un caso particolare;

è la geometria su una superficie sferica;

fu ideata da Bernhard Riemann e molto

utilizzata nella navigazione.

